Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2026

FINAL – 18/03/2026

Apellido y Nombre:………………………………………………………………….……………………

Número de documento: ……………………………..……………………………………………

TEMA 3

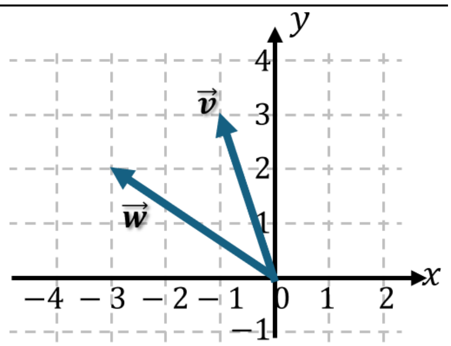
1	2	3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 150 minutos
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto
- Todas las respuestas deben estar justificadas

EJERCICIO 1: Se sabe que $g: \mathbb{R} \to (-\infty; 8]$ es una función cuadrática sobreyectiva. La coordenada en x de su vértice es $x = -1$ y e$g_{(3)} = 0$. Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ / $f_{(x)} = 2|x+1| + 2$. Graficar ambas funciones en un mismo sistema de coordenadas y resolver $f_{(x)} \geq g_{(x)}$

EJERCICIO 2:

(a) Calcular el ángulo comprendido entre los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ de la figura:



(b) Resolver la ecuación $2^{2x+1} + \frac{1}{4^x} = \frac{33}{4}$

EJERCICIO 3: En una circunferencia de centro en el punto O y radio de $6cm$ se consideran dos puntos A y B y se traza la correspondiente cuerda AB. Sabiendo que la cuerda AB mide $4cm$, se pide:

(a) Calcular el ángulo $\measuredangle AOB$. Es decir, el ángulo central que abarca dicha cuerda

(b) Determinar el área del triángulo ΔAOB.

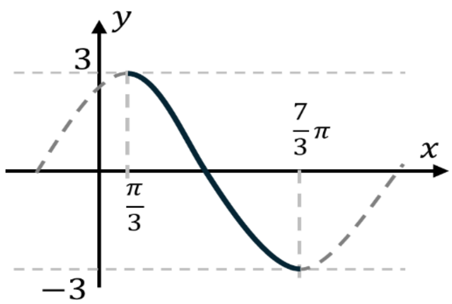
EJERCICIO 4: Sea $f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ / $f_{(x)} = log_2\left(\frac{(x-2)^2}{(x+1)(x-3)}\right)$

(a) Determinar el dominio de la función f.

(b) Hallar el o los valores de x que satisfacen la siguiente ecuación:

$$log_2\left(\frac{(x-2)^2}{(x+1)(x-3)}\right) + 2\,log_2(x+1) = log_2(x-2) + log_2(10)$$

EJERCICIO 5: Sea $f: \left[\frac{1}{3}\pi; \frac{7}{3}\pi\right] \to [-3; 3]$ la función sinusoidal cuya gráfica se ve a continuación:



Calcular $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$.

(resuelto por Sylvina)

Seminario Universitario	Final Tema 3	HOJA N° 1/2 FECHA 18-3-26

Ej 1 Se sabe que $g: \mathbb{R} \to (-\infty, 8]$ es una función cuadrática sobreyectiva.
La coordenada en X de su vértice es $x = -1$ y $g(3) = 0$.
Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \,/\, f(x) = 2|x+1| + 2$ - Graficar ambas funciones en un mismo sistema de coordenadas y resolver $f(x) \geq g(x)$

$g(x) = ax^2 + bx + c$ $\qquad x_v = \frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow \boxed{b = 2a}$

$g(3) = \boxed{0 = 9a + 3b + c}$

$g(-1) = \boxed{8 = a - b + c}$

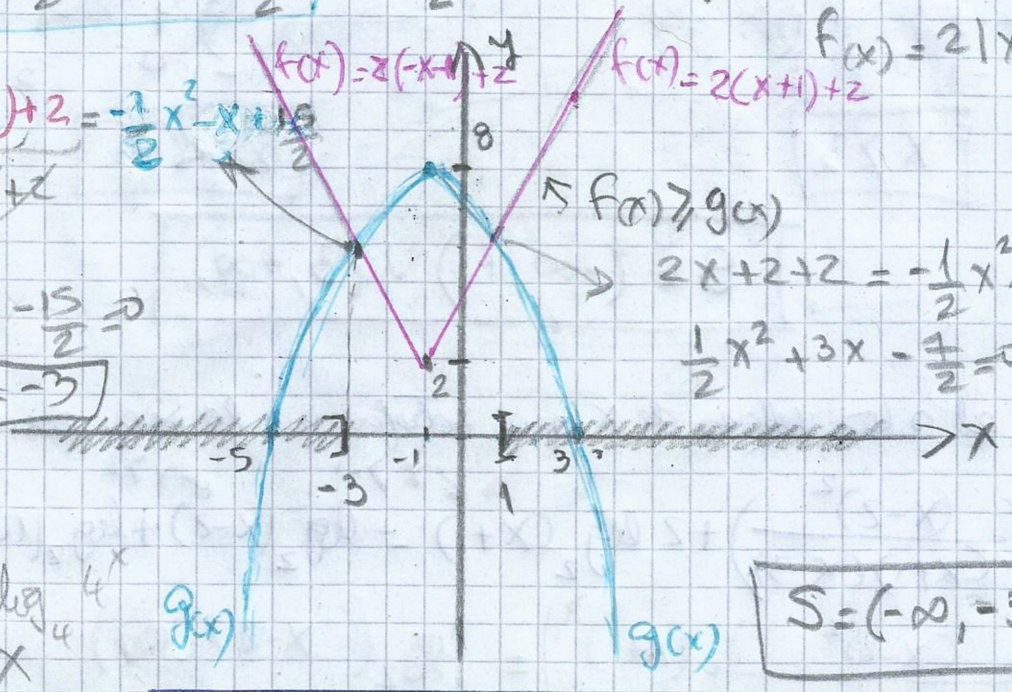
$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 0 \\ 2a - b = 0 \\ a - b + c = 8 \end{cases} \to \begin{aligned} a &= -1/2 \\ b &= -1 \\ c &= \frac{15}{2} \end{aligned}$$

$\boxed{g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{15}{2}} = -\frac{1}{2}(x+5)(x-3)$

$y_v = 2$

$f(x) = 2|x+1| + 2$

$x_v = -1$



$\underbrace{2(-x-1)+2}_{-2x-\cancel{2}+\cancel{2}} = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{15}{2}$

$\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{15}{2} = 0$

$\boxed{x = -3}$

$2x + 2 + 2 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{15}{2}$

$\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{7}{2} = 0$

$\boxed{x = 1}$

$\frac{1}{8} = 4^x$

$\log_4\left(\frac{1}{8}\right) = \log_4 4^x$

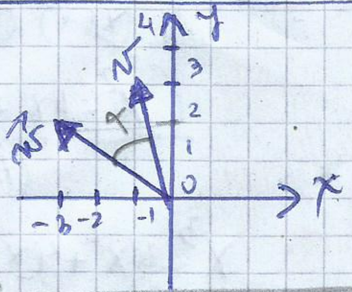
x

$\boxed{S = (-\infty, -3] \cup [1, +\infty)}$

Ej 2 a) Calcular el ángulo comprendido entre los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$

$\vec{v} = (-1, 3) \quad \vec{w} = (-3, 2)$

$\cos(\alpha) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{\|\vec{v}\| \, \|\vec{w}\|} = \frac{(-1,3)\,(-3,2)}{\sqrt{(-1)^2+3^2}\,\sqrt{(-3)^2+2^2}} = \frac{9}{\sqrt{10}\,\sqrt{13}}$



$\boxed{\alpha = 37° \, 52' \, 30''}$

b) Resolver la ec.: $2^{2x+1} + \frac{1}{4^x} = \frac{33}{4}$ $\qquad 4 = 2^2$

$\frac{4^x\, 2^{2x+1} + 1}{4^x} = \frac{33}{4}$

$(4^x\, 2^{2x} \cdot 2 + 1)\, 4 = 33 \cdot 4^x$

$4^x\, 4^x \cdot 2 \cdot 4 + 4 = 33 \cdot 4^x$

$8 \cdot 4^{2x} + 4 - 33 \cdot 4^x = 0$

$8 \cdot (4^x)^2 - 33 \cdot 4^x + 4 = 0$ $\qquad z = 4^x$

$8z^2 - 33z + 4 = 0$

$z = 4 = 4^x \Rightarrow \boxed{x = 1}$

$z = \frac{1}{8} = 4^x \Rightarrow \boxed{x = \frac{-3}{2}}$

$\boxed{S = \{1; -3/2\}}$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

Ej 4 Sea $f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R} \,/\, f(x) = \log_2\left(\dfrac{(x-2)^2}{(x+1)(x-3)}\right)$

a) Determinar el dominio de f.

$$\frac{(x-2)^2}{(x+1)(x-3)} > 0 \xrightarrow{(x-2)^2 \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}} \underbrace{(x+1)(x-3) > 0}$$

$$\underbrace{(x-2)^2 > 0}_{\boxed{x \neq 2}}$$

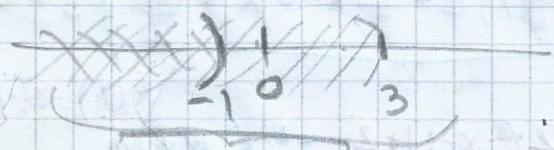
$(x+1) > 0 \ \wedge \ (x-3) > 0$ (I)

o

$(x+1) < 0 \ \wedge \ (x-3) < 0$ (II)

(I) $x+1 > 0 \to x > -1$ o (II) $x+1 < 0 \to x < -1$

$x-3 > 0 \to x > 3$ $\qquad$ $x-3 < 0 \to x < 3$



$\boxed{x > 3}$ $\qquad$ $\boxed{x < -1}$

$$\boxed{S = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)}$$

b) Hallar el o los valores de x que satisfacen la sig. ecuación: $x \in (3, +\infty)$

$$\log_2\left(\frac{(x-2)^2}{(x+1)(x-3)}\right) + 2\log_2(x+1) = \log_2(x-2) + \log_2(10)$$

$x > -1$ $\qquad$ $x > 2$

$$\log_2\left(\frac{(x-2)^2}{\cancel{(x+1)}(x-3)} \cdot (x+1)^{\cancel{2}}\right) = \log_2\left((x-2)(10)\right)$$

$$\frac{(x^2-4x+4)(x+1)}{(x-3)} = 10x - 20$$

$$x^3 - 4x^2 + \cancel{4x} + x^2 - \cancel{4x} + 4 = (10x-20)(x-3)$$

$$x^3 - 3x^2 + 4 = 10x^2 - 30x - 20x + 60$$

$$x^3 - 13x^2 + 50x - 56 = 0 \longrightarrow x = 7 \ \vee \ x = 4 \ \vee \ \underbrace{x = 2}_{\notin D_f}$$

$$\boxed{S = \{4; 7\}}$$

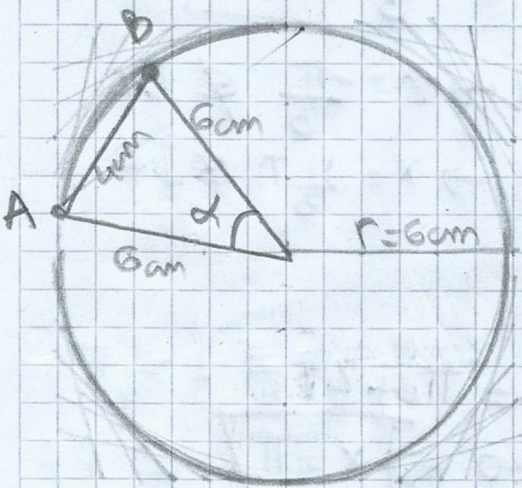
NOTA

(resuelto por Sylvina)

Seminario Universitario	Final	HOJA N° 2/2 — FECHA 18-3-26

EJ 3 En una circunferencia de centro en el punto O y radio de 6cm se analizan dos puntos A y B y se traza la correspondiente cuerda AB. Sabiendo que la cuerda AB mide 4cm, se pide:

a) Calcular el ángulo α ∡ AOB. Es decir, el ángulo central que abarca dicha cuerda



T. coseno:

$$(4cm)^2 = (6cm)^2 + (6cm)^2 - 2 \times 6cm\, 6cm \cos(\alpha)$$

$$16cm^2 = 72cm^2 - 72\cos(\alpha)$$

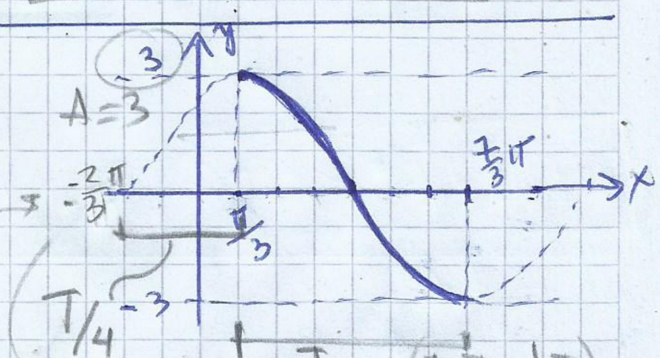
$$-56cm^2 = -72\cos(\alpha)$$

$$\frac{7}{9} = \cos(\alpha) \rightarrow \boxed{\alpha = 38°\,56'\,33''}$$

b) Determinar el área del triángulo Δ AOB

$$A_\Delta = \frac{6cm \cdot 6cm \cdot \operatorname{sen}(\alpha)}{2} = \boxed{11{,}31\,cm^2 = A_\Delta}$$

EJ 5 Sea $f: \left[\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}\right] \rightarrow [-3, 3]$ la función sinusoidal de la gráfica: Calcular $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$



A = 3

D = 0

T/4

$$T/2 = \left(\frac{7}{3}\pi - \frac{1}{3}\pi\right)$$

$$\frac{T}{2} = 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{|B|} = 4\pi$$

$$|B| = 1/2$$

$$f(x) = A\operatorname{sen}(Bx + C) + D$$

$$f(x) = 3\operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}x + C\right)$$

$$f(\pi/3) = 3 = 3\operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{3} + C\right)$$

$$\frac{1}{2}\frac{\pi}{3} + C = \frac{\pi}{2} \rightarrow \boxed{C = \frac{\pi}{3}}$$

$$f(x) = 3\operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) \rightarrow \frac{3}{2} = 3\operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

$$\frac{1}{2} = \operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$$

Calc.:
$$\frac{\pi}{6} + 2k\pi = \frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi = \frac{1}{2}x \rightarrow \frac{1}{2}x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\boxed{x = -\frac{\pi}{3} + 4k\pi}$$

$$k = 0 \rightarrow x = -\frac{\pi}{3} \notin Df$$

$$k = 1 \rightarrow x = \frac{11}{3}\pi \notin Df$$

agrego:
$$\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi = \frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{2} + 2k\pi = \frac{1}{2}x \rightarrow x = \pi + 4k\pi$$

$$k = 0 \Rightarrow \boxed{x = \pi}$$

$$\boxed{S = \{\pi\}}$$

(resuelto por Sylvina)